

Wetter in Bad Markstein

Markov-Ketten www.mathematik-verstehen.de Haftendorn 2011
Problem 1 Wetter in Bad Markstein **Problem 2 Wetter in Hamburg**

Definition der Übergangsmatrix $aa = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,2 & 0,3 \\ 0,2 & 0,7 & 0,1 \\ 0,15 & 0,75 & 0,1 \end{bmatrix}$

(Aus den Vorlagen geholt. Beim Eintragen TAB verwenden! Doppel a, weil es A nicht gibt.) Bezug dieser Zahlen: Vorlesung 10 Mathe für alle. www.leuphana.de/matheomnibus Wetter Bad Markstein: (Sonne, Nebel, Regen) Tag 1 Tag

Hein kommt bei Sonne in Bad Markstein an. Was kann er morgen und dann übermorgen für Wetter erwarten? $heutesonne = [1 \ 0 \ 0]$ $[1 \ 0 \ 0]$

morgen: $heutesonne \cdot aa = [0,5 \ 0,2 \ 0,3]$

übermorgen: $morgen \cdot aa = [0,335 \ 0,465 \ 0,2]$

tag3: $übermorgen \cdot aa = [0,2905 \ 0,5425 \ 0,167]$

$aa^2 = \begin{bmatrix} 0,335 & 0,465 & 0,2 \\ 0,255 & 0,605 & 0,14 \\ 0,24 & 0,63 & 0,13 \end{bmatrix}$ $aa^3 = \begin{bmatrix} 0,2905 & 0,5425 & 0,167 \\ 0,2695 & 0,5795 & 0,151 \\ 0,2655 & 0,5865 & 0,148 \end{bmatrix}$

$aa^{20} = \begin{bmatrix} 0,274648 & 0,570423 & 0,15493 \\ 0,274648 & 0,570423 & 0,15493 \\ 0,274648 & 0,570423 & 0,15493 \end{bmatrix}$

1.1

Entwicklung des Wetters auf lange Sicht

$aa^{10} = \begin{bmatrix} 0,274649 & 0,57042 & 0,154931 \\ 0,274647 & 0,570423 & 0,154929 \\ 0,274647 & 0,570424 & 0,154929 \end{bmatrix}$ gibt eine stabile Wetterverteilung an, denn

$[0,274649 \ 0,57042 \ 0,154931] \cdot aa = [0,274648 \ 0,570422 \ 0,15493]$

$ve = [0,274648 \ 0,570422 \ 0,15493]$

Es gilt $ve \cdot ve \cdot aa$ man sagt auch allgemein: ve ist Eigenvektor von aa zum Eigenwert 1

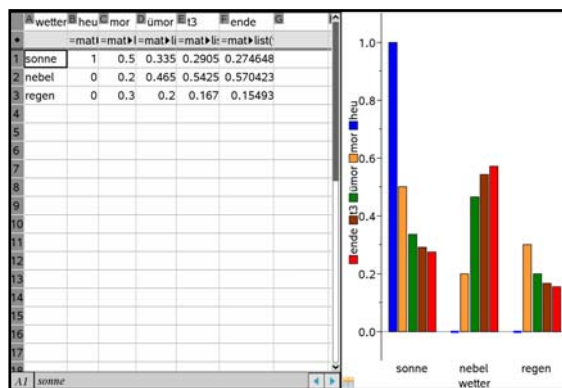
$ve \cdot aa = [0,274648 \ 0,570423 \ 0,15493]$ oder $ve \cdot aa \cdot ve = [1, \epsilon^7 \ 5, \epsilon^7 \ 4, \epsilon^7]$

$vend = [1 \ 0 \ 0] \cdot aa^{50} = [0,274648 \ 0,570423 \ 0,15493]$ mit hoher Genauigkeit.

$vend \cdot aa \cdot vend = [0, \ 0, \ 0,]$

Hinweise zum Darstellen sind im Problem "Hamburg" Seite 2.2

1.2



1.3

Wetter in Hamburg

Markov-Ketten www.mathematik-verstehen.de Haftendorn 2011

Definition der Übergangsmatrix $aa = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,2 & 0,3 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{bmatrix}$

(Matrixmuster aus den Vorlagen geholt. Beim Eintragen TAB verwenden! Doppel a, weil es A nicht gibt.) Bezug dieser Zahlen: Vorlesung 10 Mathe für alle. www.leuphana.de/matheomnibus Wetter Hamburg: (Regen, Stratuswolken, Cumuluswolken) Tag 1 Tag

heute: $[0 \ 1 \ 0]$ $[0 \ 1 \ 0]$ Statuswolken

morgen: $heute \cdot aa = [0,2 \ 0,6 \ 0,2]$

übermorgen: $morgen \cdot aa = [0,24 \ 0,46 \ 0,3]$

tag3: $übermorgen \cdot aa = [0,242 \ 0,414 \ 0,344]$

$aa^2 = \begin{bmatrix} 0,32 & 0,31 & 0,37 \\ 0,24 & 0,46 & 0,3 \\ 0,17 & 0,38 & 0,45 \end{bmatrix}$ $aa^3 = \begin{bmatrix} 0,259 & 0,361 & 0,38 \\ 0,242 & 0,414 & 0,344 \\ 0,206 & 0,397 & 0,397 \end{bmatrix}$

Das $tag3 = [0,242 \ 0,414 \ 0,344]$ ist dasselbe wie $heute \cdot aa^3 = [0,242 \ 0,414 \ 0,344]$

2.1

Entwicklung des Wetters auf lange Sicht

$aa^{50} = \begin{bmatrix} 0,232558 & 0,395349 & 0,372093 \\ 0,232558 & 0,395349 & 0,372093 \\ 0,232558 & 0,395349 & 0,372093 \end{bmatrix}$ gibt eine stabile Wetterverteilung an, denn

alle Zeilen sind $ve = [1 \ 0 \ 0] \cdot aa^{50} = [0,232558 \ 0,395349 \ 0,372093]$

Es gilt $ve \cdot ve \cdot aa = [true \ true \ true]$ man sagt auch allgemein: ve ist Eigenvektor von aa zum Eigenwert 1

$ve \cdot aa = [0,232558 \ 0,395349 \ 0,372093]$ oder $ve \cdot aa \cdot ve = [0, \ 0, \ 0,]$

Die erste Spalte von aa ist **amtlich**, die anderen geschätzt-

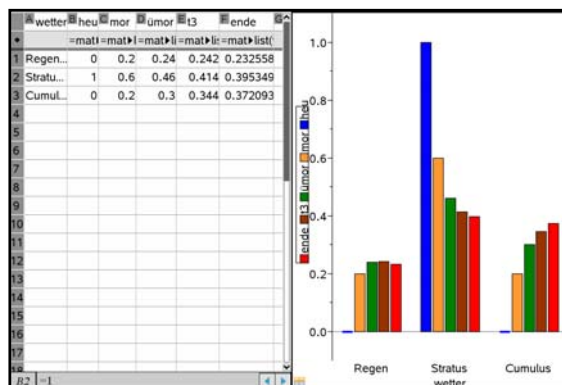
Also dann ist **das Wetter in Hamburg im Mittel**
 25% Regen, 46% Stratus (=bedeckt) 30% Cumulus (Schönwetter)

wetter: $\{ "Regen", "Stratus", "Cumulus" \} \cdot \{ "Regen", "Stratus", "Cumulus" \}$

Anmerkung zum Darstellen:
 Erst das Tabellenfenster definieren. Dabei müssen durch $ümor: mat list(übermorgen)$ die Vektoren, wie **übermorgen** in Listen verwandelt werden. Berechnungen kann man nicht mit Listen sondern nur mit Vektoren machen.

In der Spalte heute mit $re=$ Maus Ergebnisdiagramm wählen. Seite teilen wählen, rechts dann für unten die Liste wetter wählen und für Links $heu=$ Maus y-Ergebnisliste hinzufügen wählen und schließlich alle Tage hinzufügen.

2.2



2.3