

Probleme 1

**Primzahltests grundsätzlich** Haftendorn Jan 2013

Primzahlsatz  $\text{pzs}(x) := \frac{x}{\ln(x)}$  ▶ *Fertig* Approximiert die Anzahl der Primzahlen kleiner  $x$

siehe Graph-Fenster. Die Kurve wird für große  $x$  immer flacher

$$\text{factor} \left( \frac{d}{dx} (\text{pzs}(x)) \right) \approx \frac{\ln(x)-1}{(\ln(x))^2} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{\ln(x)-1}{(\ln(x))^2} \right) \approx 0$$

In der Größenordnung der kryptografisch wichtigen Zahlen:

$$\text{approx} \left( \frac{\ln(x)-1}{(\ln(x))^2} \Big|_{x=2^{512}} \right) \approx 0.00281 \quad \text{ist die Steigung } 0,28 \%. \text{ Das heißt knapp } 3 \text{ Tausendstel der}$$

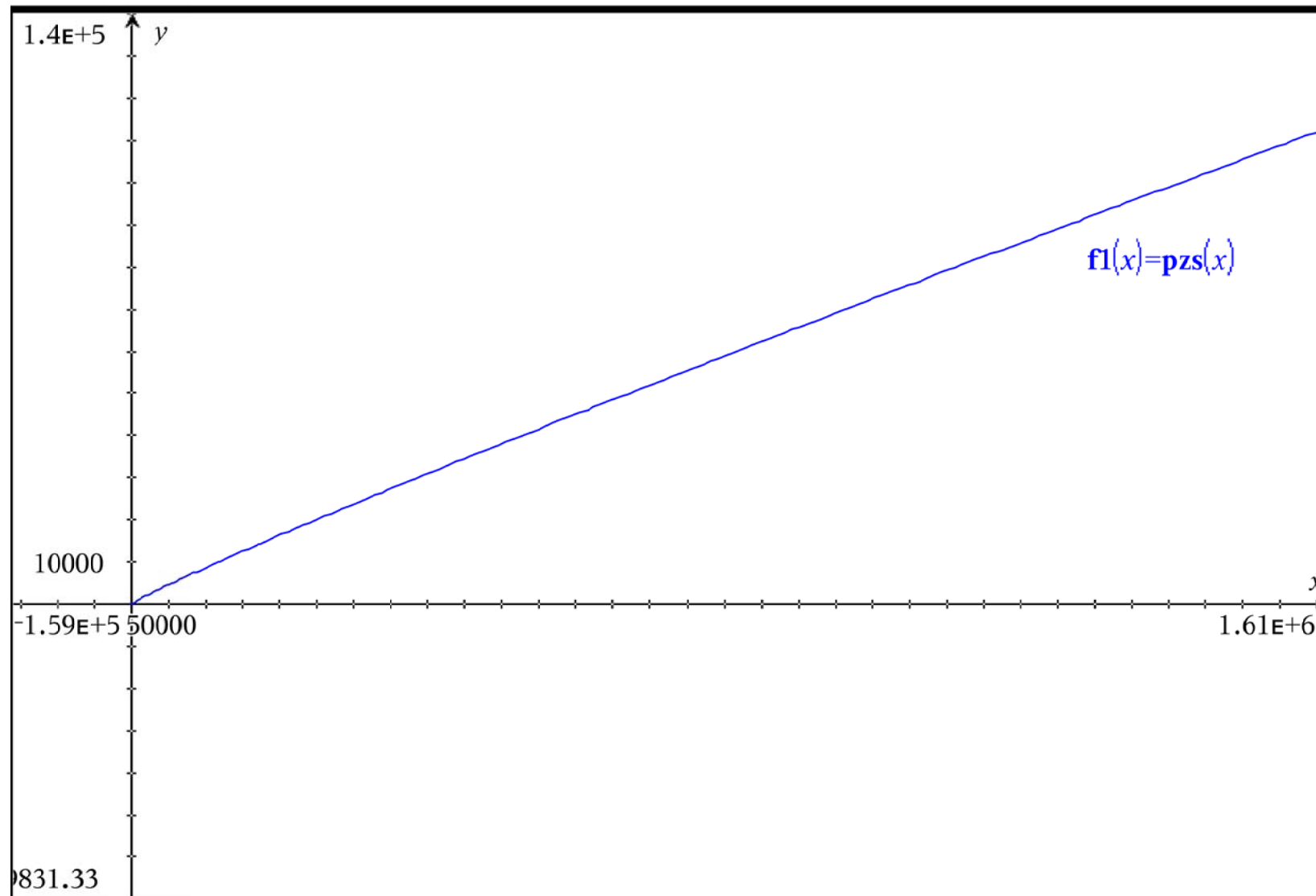
Zahlen in einem Intervall in der Nähe von  $2^{512}$  sind Primzahlen.

$$\text{approx} (\text{pzs}(2^{512})) \approx 3.778\text{E}151 \quad \text{approx} (\text{pzs}(2^{511})) \approx 1.8927\text{E}151$$

$$\text{anz}(a,b) := \text{pzs}(b) - \text{pzs}(a) \quad \text{approx} (\text{anz}(2^{511}, 2^{512})) \approx 1.88531\text{E}151$$

Genauer: Zwischen  $2^{511}$  ▶  $6.7039\text{E}153$  und  $2^{512}$  ▶  $1.34078\text{E}154$

sind etwa  $2 \cdot 10^{151}$  Primzahlen.



1.2

$m := \frac{\text{approx}(\text{anz}(2^{511}, 2^{512}))}{2^{511}} \triangleright 0.002812$  ist die Wahrscheinlichkeit, eine Primzahl durch

zufälliges Herausgreifen zu erhalten. Die Zahl passt zur Steigung

$\frac{1}{m} \triangleright 355.587$  **im Mittel hat man nach 356 zufälligen Versuchen eine Primzahl gefunden.**

Das ein überschaubarer Aufwand.

Man testet dann z.B. mit dem Miller–Rabin–Test, ob man eine Primzahl gegriffen hat.

Zu dem Test gibt es die Funktion `istprim\istprim(n, wmax)` oder eingebaut `isprime(n)`

Dabei ist `wmax` die Anzahl der Basen, die man probiert.

