

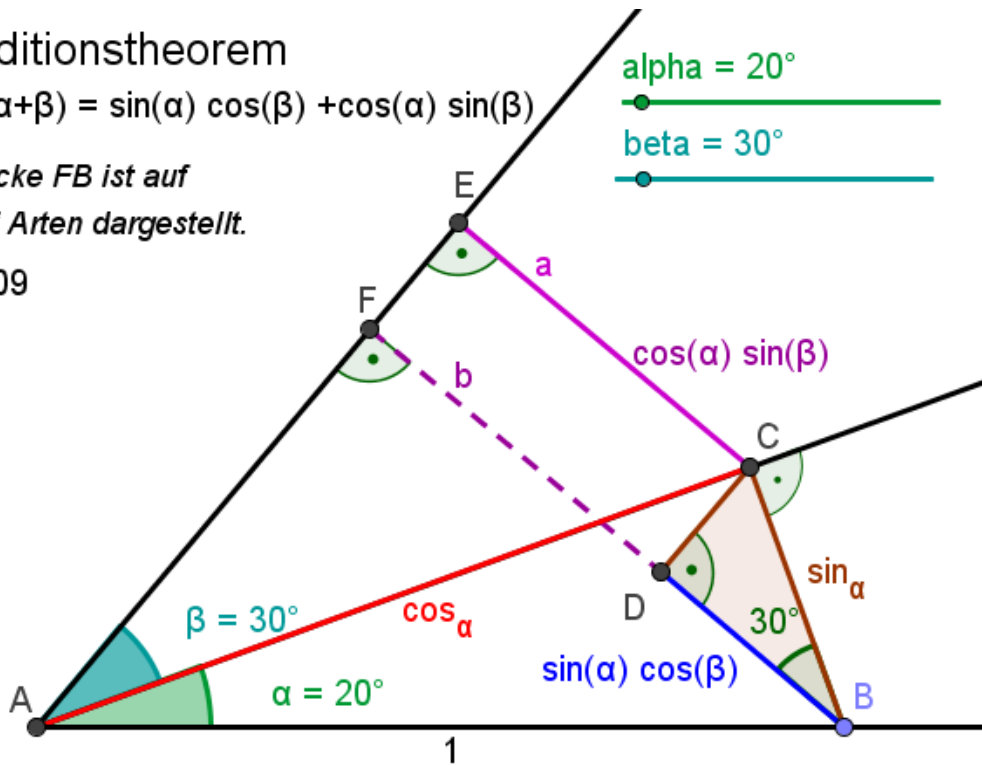
# Beweise der Additionstheoreme

## Additionstheorem

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

Strecke FB ist auf zwei Arten dargestellt.

Ha 09

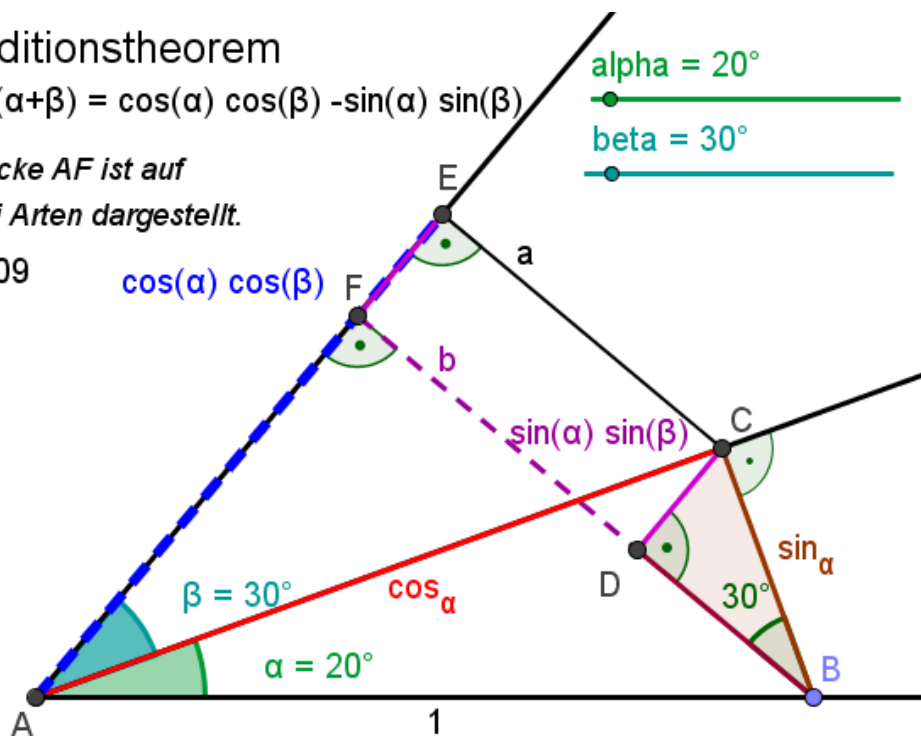


## Additionstheorem

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

Strecke AF ist auf zwei Arten dargestellt.

Ha 09



Zu beachten ist, dass bei B der Winkel beta auftaucht. Grund ist der Satz:

**Zwei Winkel, deren Schenkel senkrecht aufeinander stehen, sind gleich groß.**

**Bestätigung mit der Eulerschen Formel für komplexe Zahlen.** Dies ist kein „Beweis“, da man zur Herleitung der Eulerformel die Ableitungen von Sinus und Kosinus braucht. Für den Beweis der Ableitungen braucht man aber schon die Additionstheoreme.

$$e^{i(\alpha+\beta)} = \cos(\alpha + \beta) + i \sin(\alpha + \beta) =$$

$$e^{i\alpha} \cdot e^{i\beta} = (\cos \alpha + i \sin \alpha)(\cos \beta + i \sin \beta)$$

Ausmultiplizieren, Real- und Imaginärteil getrennt betrachten, und schon stehen diese beiden Additionstheoreme da.