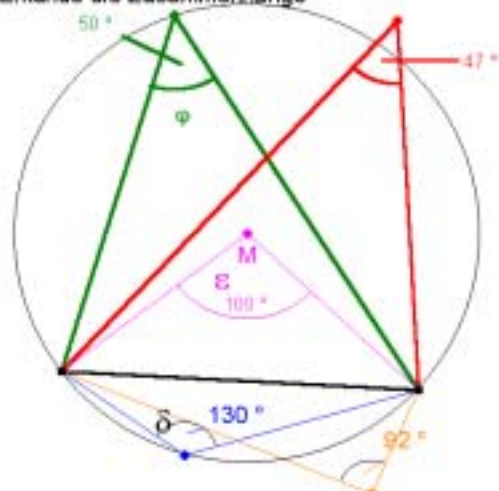


Geometrie: Umfangswinkelsatz Erkundung und Beweise

Prof. Dr. Dörte Haftdorn, Uni Lüneburg, Mai 2004

Umfangswinkelsatz
Erkunde die Zusammenhänge



$$\varepsilon = 2 \varphi$$

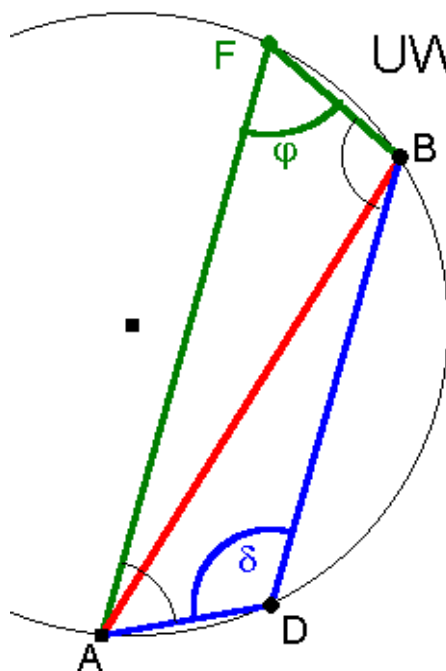
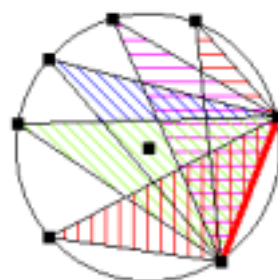
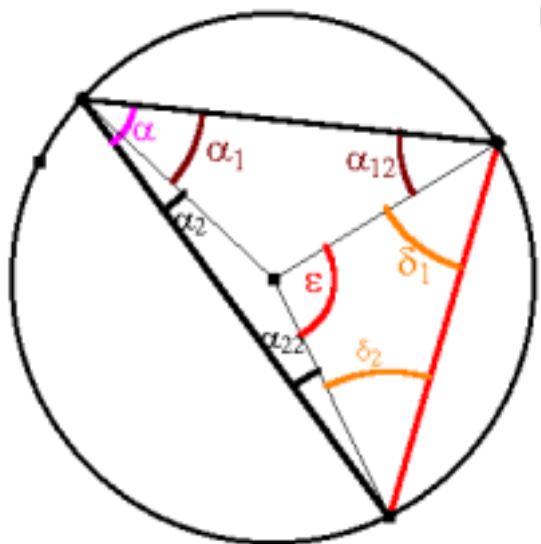
$$\varphi + \delta = 180^\circ$$

Umfangswinkelsatz

$\varepsilon = 2 \alpha$ Die Winkel über einer Sehne sind gleich groß.

Beweis

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 180 - \delta_1 - \delta_2 = \alpha + \alpha_{12} + \delta_1 + \delta_2 + \alpha_{22} - \delta_2 - \delta_2 \\ &= \alpha + \alpha_1 + \alpha_2 \\ &= \alpha + \alpha = 2 \alpha \end{aligned}$$



UWS $\varphi + \delta = 180^\circ$

Zu jeder Stellung von auf dem kurzen Bogen gibt es eine Stellung von F so, dass ADBF ein Trapez ist. Da es symmetrisch ist, taucht bei A nochmal phi und bei B nochmal delta auf. Der Winkelsummensatz im Viereck ergibt:
 $2 \varphi + 2 \delta = 360^\circ$
 $\varphi + \delta = 180^\circ$