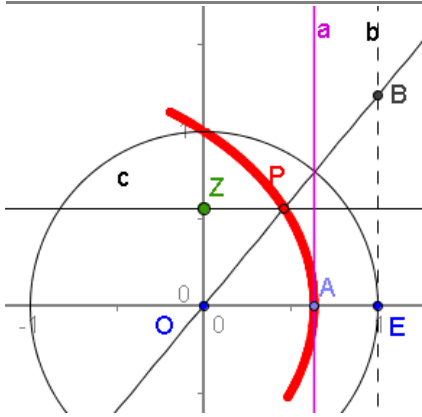


Unlösbare Probleme: Quadratur des Kreises



Wie entsteht die Quadratrix?

Z wandert auf der y-Achse nach oben. Gleichzeitig dreht sich eine Ursprungsgerade. Wenn Z die Ordinate z hat, dann gilt für den

Steigungswinkel φ :
$$\frac{\varphi}{\frac{\pi}{2}} = \frac{z}{1}$$

Man kann auch sagen Z und die Gerade bewegen sich gleichmäßig von der Nulllage so, dass sie gleichzeitig im Punkt (1/0) ankommen. Der Ort von P entsteht als Schnitt der sich drehenden Geraden mit der Ordinatengeraden von Z. Die Ortskurve heißt **Quadratrix**.

Mit ihr kann man den **Kreis quadrieren, allerdings nicht als "exakte Konstruktion mit Zirkel und Lineal"**. Die oben genannte Formel zeigt nämlich, dass man den Winkel mit Verwendung von φ berechnen muss und nicht konstruieren kann. Auch an der Formel, die φ und!! den **sin(φ)** enthält, sieht man, dass die Kurve transzendent ist.

Darstellung in Polarkoordinaten: $r = \frac{z}{\sin(\varphi)}$ also $r = \frac{2\varphi}{\pi \sin(\varphi)}$

Mit Hilfe der l'Hospitalschen Regel kann man die Nullstelle bei A berechnen:

$$\overline{OA} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \left(\frac{2\varphi}{\pi \sin(\varphi)} \right) = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi \cos(\varphi)} \right) = \frac{2}{\pi}$$

Nun wird der Kehrwert geometrisch

erzeugt. Nach dem 1. Strahlensatz gilt nämlich $\overline{OB} = \frac{\overline{OB}}{1} = \frac{\overline{OE}}{\overline{OA}} = \frac{1}{2/\pi} = \frac{\pi}{2}$

Im rechten Bild ist nun durch den gepunkteten Kreis dafür gesorgt, dass diese Länge als Höhe des rechten Rechtecks verwendet wird. Dessen Breite ist 2, damit ist seine Fläche π .

Durch denselben Kreis ist $\overline{OI} = \overline{OB}$, kann ein flächengleiches Quadrat mit dem Höhensatz des Euklid für das Dreieck ICF konstruiert werden, denn der Thaleskreis über IC sorgt für den rechten Winkel bei F. Dann hat das Höhenquadrat auch die Fläche π und ist damit flächengleich dem Einheitskreis um O.

Somit wäre der **"Kreis quadriert"**.

Nochmal ganz deutlich: Man kann die Stellung von A nicht mit Zirkel und Lineal konstruieren. π ist transzendent und kann überhaupt niemals mit Zirkel und Lineal konstruiert werden. Solche Konstruktionen führen grundsätzlich nur auf Ausdrücke mit Quadratwurzelschachtelungen.

